30819/P

MATHEMATISCHE ABHANDLUNGEN VERMISCHTEN INHALTS.

I.

Wie kann man wiſſen, daſs ein Thiergen in einer Secunde den Fuſs tauſendmal bewegt hat?

II.

Es wird ein gewiſſes Stück eines Ganzen genommen; nachdem dieſes vom Ganzen iſt abgezogen worden, ein anderes Stück des Reſtes; wie viel betragen beyde Stücke zuſammen?

III.

Wenn Kupfer gegen Silbergeld verkauft wird, wie verhalten ſich die Werthe gleicher Gewichte von Kupfer und Silber?

IV.

Wenn man einen Stein in einen Brunnen fallen läſſet, kann man aus der Zeit, zwiſchen dem Augenblicke, da man den Stein fallen läſſet, und dem, da man den Schall hört, die Tiefe des Brunnens berechnen?

V.

Raum eines Sackes, der aus zween von gleicher Länge gemacht wird.

VON

ABRAHAM GOTTHELF KÄSTNER,

K. U. K. HOFRATH U. PROF. IN GÖTTINGEN.

ERFURT, 1794

bey GEORG ADAM KEYSER.

WELLCOME
LIBRARY
INSTITUTE

I.

Wie kann man wiſſen, daſs ein Thiergen in einer Secunde den Fuſs tauſendmal bewegt hat?

Es wird, als eine Erfahrung des Herrn *de l'Isle*, angeführt von *Wolf*, *Specimen Phyſicae ad Theolog. nat. applicatae*, §. 37. *in Thümmig*, *Meletemata varii et rarioris argumenti* (1727) *p.* 366.

Wolf erklärt die Sache nicht weiter, und weil 1000 ſich in einer Secunde nicht *zählen* läſst, ſo ſchlug ich die Stelle in der *Hiſt. de l'Ac. des Sc. VIII.* nach, auf welche *W.* verweiſst.

Es iſt in der *Hiſtoire* der 6. Art. der *Phyſique Générale* 23. S. der holländiſchen Ausgabe. Die Erzählung heiſst ſo:

"Hr. *de l'Isle* beobachtete eine Fliege (*moucheron*), die ſo klein war, daſs man ſie faſt nicht ſah; ſie durchlief auf dem Papiere faſt 3 Zoll in einer halben Secunde. Sie war ſo klein, daſs man annehmen durfte, ihre Fuſsſohlen (*pattes*) ſetzten ſich nach und nach auf alle den Raum, welchen ſie durchlief, und wie es dem Hrn. *de l'Isle* ſchien, als betrüge die Gröſse dieſer Fuſsſohlen $\frac{1}{15}$ einer Linie, ſo machte das Thierchen, in der Länge einer Linie 15 Schritte, oder 15 Bewegungen, alſo 540 in der Länge von 3 Zollen. Wie viel Biegſamkeit gehört nicht dazu, einen Fuſs, mehr als 500mal in einer halben Secunde zu bewegen, mehr als 1000mal in einem unſrer

Pulsſchläge! Es iſt wahr, daſs, vermöge eines ſehr ſchwachen Vergröſserungsglaſses, das Inſekt zween Flügel zu haben ſchien; aber man bemerkte nicht, daſs es ſich derſelben bediente."

Alſo wurden die 1000 Bewegungen in einer Secunde nicht *gezählt*, ſondern *geſchloſſen*. Und, *wir* können die Secunde nicht in ſo viel Theile theilen; nur wiſſen wir, daſs ein Geſchöpf *ſo viel* Bewegungen in einer Secunde macht.

Ich ſage nicht, daſs es die Secunde in ſo viel Theile *theilt*. Wie tief ſtünde da nicht unter ihm der Aſtronome!

Es mag ſich ſeiner Bewegungen bewuſst ſeyn; aber, daſs es weiſs, wie viel es Bewegungen gemacht habe, wenn es von einer Gränze ſeiner Laufbahn bis zur andern gekommen iſt; daſs es auf einem Wege von 6 Zollen 1000 Schritte zählte, läſst ſich nicht denken, denn auch ein Ingenieur traut ſich nicht, wenn er eine Linie abſchreitet, 1000 ſeiner Schritte blos in Gedanken fortzuzählen, bedient ſich ſinnlicher Zeichen, gewiſſe Mengen dieſer Schritte anzumerken, dergleichen das Thier nicht hat.

Bey einer Uhr, welche die Zeit bis auf Tertien eintheilt, rückt der Tertienweiſer innerhalb einer Secunde, um 60 Winkel fort, jeder 6 Grad. Man kann aber dieſe 60 Fortrükungen nicht einzeln zählen; ſelbſt, wenn man ihn bey einem Verſuche hemmt, ſo verſtreichen zwiſchen dem Gedanken ihn zu hemmen, und der Bewerkſtelligung, immer 3 bis 5 Tertien.

Ich glaube alſo, wir können in einer Secunde nicht wohl mehr, als zwölf Handlungen vornehmen, deren jeder wir uns einzeln bewuſst ſind, das iſt: die Secunde in nicht mehr, als zwölf Theile theilen.

Den

Den Muſikern überlaſſe ich, wie viel Töne ſie in einer gegebenen Zeit hervorzubringen wiſſen; wie viel Schwingungen eine Saite in einer Secunde macht, wird, bekanntermaſsen, auch nicht *gezählt*, ſondern *berechnet*.

Wolfs Folgerung aus *de l'Isles* Beobachtung iſt: Von der kleinen Zeit eines Pulsſchlages, läſst ſich der tauſendſte Theil angeben; alſo iſt auſser allem Streite, daſs wir die Stunde in 3600000 Theile, die ſich angeben laſſen, theilen können, *horam in* 3600000 *partes adſignabiles a nobis dividi poſſe*. Das *wir; a nobis*, gebe ich *Wolfen* nicht zu. *Wir* können nur einſehen, daſs ſich ſo viel Theile angeben laſſen; aber *abtheilen* können wir ſie nicht.

Ohne Zweifel war das ſelbſt *Wolfs* Meinung, nur anders ausgedruckt.

Wenigſtens iſt, was ich ſage, ſeiner Abſicht am dienlichſten; trägt etwas bey, Begriffe, ſo gut als menſchliche ſeyn können, von dem Geiſte zu geben, der Alles gemacht hat und erhält, alſo auf einmal erkennt, was wir nach einer langen Reihe von Schlüſſen entdecken.

II.

Es wird ein gewiſſes Stück eines Ganzen genommen: Nachdem dieſes vom Ganzen iſt abgezogen worden, ein anderes Stück des Reſtes. Wie viel betragen beyde Stücke zuſammen?

1.

Das Ganze heiſse a; man laſſe m, n ein Paar eigentliche Brüche bedeuten. Das erſte der genannten Stücke ſey = m. a; ſo iſt der Reſt = a. (1 — m) und das zweyte Stück = a. (1 — m) n.

2. Alſo beyde zuſammen $= a.(m+n-m.n)$.

3. Weil m und n auf einerley Art in dem Ausdrucke ſind, ſo iſt es gleichviel, ob man wie in (1) verfährt, oder zuerſt n. a nimmt, dann $a.(1-n):m$.

4. Nach den Bergrechten gehört dem Stöllner das Neuntheil und dem Bergherrn das Zehntheil. Kömmt alſo beydes zuſammen, ſo iſt $m = \frac{1}{9}$; $n = \frac{1}{10}$ und $m+n-m.n = \frac{13}{90} = 0,2$.

5. Dieſe Bemerkung bey Rechnungen, die ich in Bergbüchern fand, veranlaſste mich zu der Formel.

6. Z. E. in *Löhneyß* Bericht vom Bergwerk ſteht in einer Rechnung 288 Seite, von $606\frac{1}{4}$ Centner Bley zum 9 und 10, $121\frac{1}{4}$.

Nämlich 606, 25. 0, 2 = 121, 250, genau wie angegeben wird.

7. Weil in den Rechnungen beym *Löhneyß* immer das 9 und 10. zuſammen angegeben worden; ſo iſt vermuthlich beydes zuſammen durch die Multiplication mit $\frac{2}{10}$ gefunden worden. Nur haben ſich vielleicht nicht allemal die Rechner die Mühe genommen, ſcharf zu rechnen. So ſteht 287 S. von $252\frac{3}{4}$ Centn. Glöt, zum 9 und 10, 50; aber 252, 75. 0, 2 = 50, 550

8. Damals waren leichtere Ausdrückungen und Bearbeitung der Zahlen nicht ſehr bekannt; man ſcheute alſo die Mühe ſcharfer Rechnungen, und verrechnete ſich auch leicht. Das letzte ſcheint mir auf erwähnten Buches 304. Seite geſchehen zu ſeyn.

Unter Silber ſteht	537 Mk.	2 Qu.
Davon zum 9.	59 —	2 —
und zum 10.	53 —	1 —
Summa zum 9 und zum 10.	112 —	3 —

Die

Die Summa des 9 und 10. ist richtig; wie aber die 9 und 10. selbst sind, wird jeder leicht berechnen.

9. Die Prüfung einer solchen alten Rechnung wäre sehr unnütz. Aber nützlich ist es doch wohl, bey solchen Gelegenheiten die Vortheile zu zeigen, welche die bessere Rechenkunst gewähret.

III.

Wenn Kupfer gegen Silbergeld verkauft wird, wie verhalten sich die Werthe gleicher Gewichte von Kupfer und Silber?

1.

Im Silbergelde ist auch Kupfer; wer also für ein Pfund Kupfer ein gewisses Gewicht Silbergeld giebt, — natürlich weniger, als ein Pfund — der giebt darunter auch Kupfer mit. Das Gewicht des Kupfers, das er mit giebt, ziehe ich von dem Pfunde, das er kauft, ab, so bleibt ein gewisses Gewicht feines Silbers übrig, das giebt er für 1 Pfund, weniger etwas, Kupfer.

2. Nun hat das Silbergeld einen gewissen Werth im gemeinen Leben, gilt eine gewisse Menge von Theilen des Thalers. Für diesen Werth bekömmt man 1 Pfund, weniger etwas, Kupfer.

3. Das *feine* Silber, in diesem Silbergelde, hat ein gewisses Gewicht. So viel Gewicht Silber giebt man für 1 Pfund, weniger etwas, Kupfer.

4. Dieses Gewicht Silber, und das Pfund, weniger etwas, Kupfer, werden gegen einander vertauscht, folglich am *innern* Werthe — nicht dem, den Prägung, Handel u. s. w. geben — gleich gesetzt.

5. Da-

5. Daraus alſo iſt zu berechnen, wie ſich die innern Werthe gleicher Gewichte, Pfunde z. E., von Kupfer und feinem Silber verhalten.

6. Ich dachte an dieſe Frage ſchon bey den Rechnungen zum Münzweſen, die ich im XII. Kap. meiner Fortſetzung der Rechenkunſt vortrage. Da man den Werth des Silbergeldes nach dem Gehalte an feinem Silber rechnet, und das Kupfer doch nicht ganz umſonſt hat; ſo wünſchte ich zu entdecken, wie jene Rechnung mit dem Werthe des Zuſatzes an Kupfer zuſammen hängt. Einiges dahin Gehöriges findet ſich in erwähntem XII. Kap. 95 — 100. §. Ich konnte damals nichts erfahren, das mich wegen meiner Hauptabſicht befriedigte.

7. In einer Kirchenrechnung fand ich, daſs die Klingelbeutelpfennige nach dem Pfunde verkauft wurden. Das erinnerte mich wiederum an dieſe Frage: da bey dieſem Verkaufe natürlich auf die Prägekoſten nicht geſehen wird.

8. Die Rechnung ſtellte ich folgendergeſtalt an:

9. Man kauft die Mark Kupfer um m Thaler Silbergeld, oder $\frac{3}{2}$ m Gulden. Der Buchſtabe wird begreiflich einen Bruch bedeuten.

10. Das Silbergeld iſt aus f löthigem Silber geprägt, die Mark fein zu h Thalern $= \frac{3}{2}$ h Gulden.

11. So giebt die rauhe Mark dieſes Silbers $\frac{f.\,h}{16}$ Thaler, und 1 Thaler wiegt $\frac{16}{f.\,h}$ Mark.

Dieſes, wie in meiner Fortſetzung der Rechenkunſt XII. Kap. 18. §. 463. Seite.

12. In

12. In jedem Gewichte rauhes Silbers — Silbers mit Zuſatze — iſt von dieſem Gewichte $\frac{f}{16}$ Silber, $1 - \frac{f}{16}$ Kupfer.

13. Alſo (11) in einem Thaler Silbergelde $\frac{1}{h}$ Mark Silber, und $\frac{16}{f.\ h} - \frac{1}{h} = \frac{16-f}{f.\ h}$ Mark Kupfer.

14 Und in m Thalern $\frac{m}{h}$ Mark Silber $+ \frac{m\ (16-f)}{f.\ h}$ Mark Kupfer.

15. Der Preiſs dieſer beyden Gewichte zuſammen iſt ſo viel, als der Preiſs einer Mark Kupfer; alſo hat man die Gleichung zwiſchen den Preiſsen $\frac{m}{h}$ Silber $+ \frac{m.\ (16-f)}{f.\ h}$ Kupfer $=$ 1 Kupfer.

16. Folglich $\frac{m}{h}$ Silber $= \left(1 - \frac{m.\ (16-f}{f.\ h}\right)$ Kupfer, und

1 Mark Silber $= \left(\frac{h}{m} - \frac{(16-f}{f}\right)$ Mark Kupfer.

17. Wenn alſo gegeben iſt, was die Mark Kupfer *in Thalern* gilt (m), ſo ändert ſich die Verhältniſs der Werthe beyder Metalle noch nach zweyen Umſtänden, *wie hoch* die Mark fein Silber ausgebracht wird (h), und *wie viel löthig* das Silber iſt (f).

18. Die Verhältniſs kann alſo bey einerley *numeriſchen* Werthe des Kupfers (m) und bey einerley Münzfuſse (h) unterſchieden ſeyn, wenn das Silbergeld aus mehr oder aus weniger löthigem Silber iſt geprägt worden.

Ich will hiervon in der Folge reden (30), jetzo erſt die Formeln mit Exempeln erläutern.

19. Das Pfund Kupferpfennige ward für 20 Mariengroſchen hannöveriſches Caſſengeld verkauft. Ich nehme an, es ſey das cölniſche Pfund, wie beym Münzweſen gebraucht wird, ohne mich für die Richtigkeit dieſer Annahme zu verbürgen. Man ſ. unten (49).

20. Alſo gilt die Mark Kupfer $\frac{10}{36}$ Thl. $= \frac{5}{18}$ Thl. und $m = \frac{5}{18}$.

21. Geſetzt, das Silbergeld beſtand in Mariengroſchen, wie in *Schlüters* Probierbuche, 23 Kap. 2 §. Die Mark fein zu 14 Thl. $= h$, und in der rauhen Mark $5 = f$ Loth Silber.

22 So iſt $\frac{h}{m} = \frac{14 \cdot 18}{5}$; $\frac{16-f}{f} = \frac{11}{5}$; alſo $\frac{252-11}{5} = \frac{241}{5} = 48 + \frac{1}{5}$. So viel Mark Kupfer werden für 1 Mark Silber gegeben.

23. Beſtand das Silbergeld in 2 Ggr. Stücken, wie *Schlüter* a. a. O. berechnet, die Mark fein zu 12 Thl. 9 Ggr., und in der rauhen Mark 7 Loth Silber, ſo iſt $\frac{288+9}{24} = \frac{99}{8} = h$ und $f = 7$; alſo $\frac{h}{m} \cdot \frac{22}{8} \cdot \frac{18}{5} = \frac{99 \cdot 9}{20}$; $\frac{16-f}{f} = \frac{9}{7}$; $\frac{h}{m} - \frac{(16-f)}{f} = (\frac{99}{20} - \frac{1}{7}) \cdot 9 = \frac{693-20}{20 \cdot 7} \cdot 9 = \frac{6057}{140} = 43 + \frac{37}{140}$.

24. War

24. War das Silbergeld Zweydrittheilſtücke, nach dem Reichsfuſse, wo (Fortſetzung der Rechenkunſt a. a. O. 36 und 45 §.); $h = 12$; $f = 14 + \frac{2}{9} = \frac{128}{9}$, ſo war $\frac{h}{m} = \frac{12.\ 18}{5} = \frac{24.\ 18}{10} = 43,2$; $\frac{16 - f}{f} = \frac{16.\ 9 - 128}{9}$. $\frac{2}{128} = \frac{16}{128} = \frac{1}{8} = 0,125$

Alſo $43,2 - 0,125 = 43,075$ Mark Kupfer für 1 Mark Silber.

25. Die drey Bezahlungen (21; 23; 24) geſchahen im ſtrengſten Verſtande nicht nach einerley Münzfuſse, weil das kleine Geld etwas ſchlechter iſt, als Zweydrittelſtücke.

26. Ich will ſetzen, die Zahlung geſchähe im Gelde ſo gut als Zweydrittheilſtücke (24) aber aus ſchlechten Silber, aus ſolchem wie (21); begreiflich hielte ein Gulden ſolches Geldes ſo viel fein Silber, als ein Zweydrittheilſtück, aber er wöge mehr, weil in ihm mehr Zuſatz wäre.

27. Da käme $h = 12$; $f = 5$; $\frac{h}{m} - \left(\frac{16 - f}{f}\right) = \frac{12.\ 18}{5} - \frac{11}{5} = \frac{205}{5} = 41$.

28) Das Geld (26; 24) wäre nach einerley Münzfuſse, nur das (24) aus beſſern Silber. Und ſo wird, bey beſſern Silber, mehr Kupfer für eine Mark Silber gegeben, als bey ſchlechtern.

29. Allgemein läſst ſich das ſo überſehen: Nach (16) iſt die Menge von Mark Kupfer, die man für eine Mark Silber giebt $= \frac{h}{m} + 1 - \frac{16}{f}$

30. Bleiben nun einerley, die Zahl des Geldes, und der Münzfuſs, alſo m, und h; ſo wird die Menge (29) deſto gröſser, je gröſser f iſt.

31. Am gröſsten wird ſie, wenn $f = 16$; da iſt ſie $= \frac{h}{m}$; ſo viel Mark Kupfer bekäme man, für Geld das aus ganz feinem Silber beſtünde, dergleichen Geld freylich nicht geprägt wird.

32. Bey $h = 12$; und dem bisher gebrauchten m; wäre die gröſste Zahl von Mark Kupfer, die für eine Mark Silber gegeben wurde 43, 2, noch um etwas gröſser, als die in (24) gefundene.

33. Wer alſo Kupfer für eine gegebene Zahl Silbergeld, nach einem gegebenen Münzfuſse kauft, bekömmt für feiner Geld, mehr Kupfer.

34. Man nenne k die Menge von Marken Kupfer, die man für eine Mark Silber bekömmt, oder giebt, ſo hat man (29) die Gleichung

$$k = \frac{h}{m} + 1 - \frac{16}{f}$$

Von den vier unbeſtimmten Gröſsen in ihr, können drey nach Gefallen angenommen werden, daraus ſich allemahl die vierte finden läſt.

35. Als $m = \frac{f.\ h.}{(k-1).\ f + 16}$

So viel muſs man für die Mark Kupfer zahlen, wenn man bey gegebenen Münzfuſse und gegebener Feine des Silbers für eine Mark Silber, eine gegebene Menge von Mark Kupfer bekommen will.

36. Wollte man 41 Mark Kupfer für eine Mark Silber haben, und das gegen Geld, wo die Mark fein zu 12 Thlr. ausgebracht wird, das Silber fünf-

fünflöthig ist, so wäre $h = 12$; $f = 5$; $k - 1 = 40$ und $m = \frac{5}{18}$; wie in (26), wo m angenommen war

37. Weil man kein Geld aus ganz feinem Silber braucht, so ist (31;34) allemahl k kleiner als $\frac{h}{m}$ folglich auch m kleiner als $\frac{h}{k}$

38. Nach (35) wächst m, wenn k abnimmt. Sollte eine Mark Silber für eine Mark Kupfer gegeben werden, so käme $m = \frac{f.\ h}{16}$

Für $h = 12$; $f = 5$ (36) gäbe das $m = \frac{15}{4}$

39. Wenn ein Zweyguldenstück, nach dem Zwanzigguldenfuse, 2 Loth wiegt, und $\frac{1}{10}$ Mark fein Silber hält, so giebt die Proportion $2 : 16 = \frac{1}{10} : f$; dass $f = 12, 8$, oder: dass dieses Geld aus Silber geprägt ist, das 12, 8 löthig war; dem Fuse gemäss ist $h = \frac{20.\ 2}{3} = \frac{40}{3}$

40. Wollte man für solches Geld (39) Kupfer dergestalt kaufen, dass man 41 Mark Kupfer für eine Mark Silber bekäme, also $k = 41$, so wäre $m = 12, 8.$

$$\frac{\frac{40}{3}}{40.\ 12, 8 + 16} = \frac{32}{99}$$

41. Das betrüge $11 + \frac{7}{11}$ Mariengroschen, der Zahl nach mehr als in (20). Aber auch an Werthe mehr, wenn man 14 Cassengeld = 15 Conventionsgeld, da betrügen die 10 Mariengroschen Cassengeld, nur $10\frac{5}{7}$ Conventionsgeld.

42. Eine einzelne Mark Kupfer könnte man nicht in Zweyguldenstücken, wie (39) bezahlen, aber doch mehrere. Für ein Zweyguldenstück bekäme man $\frac{33}{8}$ Mark.

43. Da läſst ſich folgende Probe der Rechnung anſtellen: Für 4, 125 Mark Kupfer, giebt man ein Stück Geld in dem 0, 1 Mark Silber iſt, und 2 Loth — 0, 1 Mark = 0,025 Mark Kupfer. Alſo, für 4, 1 Mark Kupfer giebt man 0, 1 Mark Silber, das iſt 1 Mark Silber für 41 Mark Kupfer.

44. Begreiflich ändert ſich die Verhältniſs des Preiſes dieſer Metalle, wie ſich andre ſolche Verhältniſſe im Handel ändern. Ein andres Jahr iſt in der Kirchenrechnung (7) das Pfund Kupfer, gutes und ſchlechtes unter einander zu 19 Mgl. angeſezt.

45. In der Fortſetzung der Rechenkunſt a. a. O. 97. §. habe ich aus Calvör vom Maſchinenweſen auf dem Harze II. Th. 294 S. angeführt: Kupferne Pfennigſtücke werden das Pfund zu 18 Mariengroſchen ausgemünzt. So würden ſie (19) und (44) für Kupfer höher verkauft, als ſie ausgemünzt waren.

46. Hiegegen lieſse ſich eine Errinnerung machen, die vom Unterſchiede der Pfunde hergenommen wäre. Angenommen, daſs bey Ausmünzung der Pfennigſtücke auch cölniſches Gewicht gebraucht wird, könnte wohl das, nach dem ſie als Kupfer verkauft worden, ein anderes ſeyn. In der That war es hannöveriſches, und nach Cruſens Contoriſten I. Th. V. Tafel, hält das cölniſche Pfund 9728 Aſe; das hannöveriſche 10129 alſo iſt: hannöv. Pfund = cöln. $(1 + \frac{401}{9728})$ und wenn das cölniſche 18 Mariengroſchen gilt, ſo gilt das hannöveriſche etwas mehr.

47. Das läſst ſich mit den Logarithmen leicht ſo berechnen:

Log.	401	= 2, 6031444
Log.	9728	= 3, 9880236
Log.	$\frac{401}{9728}$	= 0, 6151208 — 2
Log.	18	= 1, 25 2725
		0, 8703933 — 1

Das

Das hannöverische Pfund beträgt 1, 04122 des cölnischen, und wenn das cölnische 18 Mgl. gilt, so gilt das hannöverische 18, 7419 Mgl.

48. Dieser Unterschied der Gewichte hebt also die Bemerkung (45) nicht auf.

49. Zugleich wird (47) mich rechtfertigen, dass ich in (19) und der darauf gegründeten Rechnung cölnisches Pfund angenommen habe. Da ich blos das Verfahren in Exempeln darstellen wollte, kam auf die Wahrheit der Exempel nichts an, und meine Annahme weicht von der Wahrheit so wenig ab, dass es Zeitverschwendung wäre, über diesen Gegenstand nach den Pfunden, die dabey mögen seyn gebraucht worden, von neuem zu rechnen.

IV.

Wenn man einen Stein in einen Brunnen fallen läßt, kann man aus der Zeit zwischen dem Augenblicke, da man den Stein fallen läßt, und dem, da man den Schall hört, die Tiefe des Brunnens berechnen?

1.

Man findet hier und da dergleichen Angaben von tiefen Brunnen. Weil nicht allemahl verstattet ist, Steine hineinzuwerfen, so wird Wasser hineingeschüttet.

In Nürnberg auf der Festung soll ein tiefer Brunnen seyn, wo man 24 zählen kann, ehe man das hinuntergeschmissne fallen hört. Ioh. Gottlieb Deichsel, Reisen, 1. Abschnitt in Ioh. Bernoulli Archiv zur neuern Geschichte III. Th. (Leipzig 1785.) 158 Seite.

Herr

Herren von Murr, in ſeiner Beſchreib der Merkwürdigkeiten in Nürnberg (Nürnb. 1778.) 370 S. giebt des Brunnens Tiefe 56 ½ Klaftern an, und ſagt: man könne bis 30 zählen, ehe man hinabgeſchüttetes Waſſer fallen hörte.

In Fabris geograph. Magazin II. Band 7. Heft (1784) n. 36; von der ſächſiſchen Bergveſtung Königſtein, ſteht 302 S. der Brunnen ſey 900 Ellen tief, gieſst man oben Waſſer hinein, ſo hört man es erſt nach 36 Secunden fallen.

2. Es iſt alſo wohl wenigſtens für die Neugier nicht unwichtig, Berechnungen über dieſe Frage anzuſtellen. Auch haben Mathematiker ſchon dergleichen unternommen. Ich will die litterariſche Nachricht davon mittheilen, nachdem ich mein Verfahren vorgetragen habe.

3. Der Körper, den man fallen läſst, braucht eine gewiſſe Zeit, den Boden des Brunnens zu erreichen, oder das Waſſer in ihm. In dem Augenblicke, da dieſes geſchieht, entſteht der Schall, und dieſer braucht eine gewiſſe Zeit, bis an die Ohren oben am Brunnen zu kommen. Die Summe dieſer beyden Zeiten iſt, was man beobachten kann.

4. Ein Körper, fällt im leeren Raume, ohngefähr durch 15, 095 pariſer Fuſs, in einer Secunde, in 2; 3; 4 Secunden 4 mal, 9 mal, 16 mal ſo tief, u. ſ. w., weil ſich die Höhen des Falles wie die Quadrate der Zeiten verhalten, in zehn Secunden etwa 1509, 5 Fuſs. Es gehört alſo eine ſehr groſse Tiefe dazu, wenn der Fall eine nur etwas merkliche Zeit dauern ſoll. In Luft, welche der Bewegung widerſteht, fallen die Körper freylich langſamer, ein Klumpen Waſſer, langſamer als ein Stein, der des Klumpens Gröſse und Geſtalt hätte, weil das Waſſer weniger ſpecifiſche Schwere hat, als der Stein. Man müſte alſo eigentlich unterſuchen, wie die Materie fällt, die man fallen läſst. Aber Berechnung des Falles in einer widerſtehenden Materie, iſt viel zu mühſam, als daſs verantwortlich ſie hier anzuſtellen, und

man

man kann das nicht einmal allgemein leiſten, weil dazu die jedesmalige beſondere Beſchaffenheit des Körpers bekannt ſeyn müſte.

5. Der Schall geht in einer Secunde ohngefähr durch 1038 pariſer Fuſs. Alſo wird der Summe (3) zweyter Theil, immer in Vergleichung des erſten (4) ſehr klein ſeyn.

6. Allgemein läſst ſich die Sache ſo vorſtellen: Ein Körper falle in einer Secunde durch g Fuſs; der Schall gehe in einer Secunde durch c Fuſs; man hört den Schall des hinuntergefallenen Körpers m Secunden nach dem Augenblicke, da man ihn fallen lieſs. Des Brunnens Tiefe iſt = x Fuſs. Die Füſse mögen ſeyn, was für welche ſie wollen, nur einerley.

7. Weil ſich die Höhen des Falles, wie die Quadrate der Zeiten verhalten, alſo die Zeiten, wie die Quadratwurzeln der Höhen, ſo iſt $\sqrt{\frac{x}{g}}$ die Menge von Secunden, welche der Körper braucht, durch die Höhe des Brunnens hinab zu fallen; und auch ſo $\frac{x}{c}$ die Menge von Secunden, welche der Schall braucht, durch die Höhe des Brunnens hinauf zu kommen. Alſo hat man die Gleichung $\sqrt{\frac{x}{g}} + \frac{x}{c} = m$

8. Aus dieſer wird $\sqrt{\frac{x}{g}} = m - \frac{x}{c}$ auf beyden Seiten quadrirt, kömmt eine quadratiſche Gleichung, aus welcher man das Unbekannte findet.

9. Was in (8) in der erſten Zeile rechter Hand ſteht, hat einerley Quadrat mit $\frac{x}{c} - m$. Welches von beyden man quadrirt hat, iſt in der quadratiſchen Gleichung nicht zu unterſcheiden. Von den beyden Werthen des

Unbekannten, die ſie giebt, gehört alſo einer zu dem einem Quadrate, der andre zum andern. Für die gegenwärtige Frage gehört nur der, den das Quadrat deſſen gäbe, was in (8) rechter Hand ſteht; Dieſes nun, was in (8) rechter Hand, iſt eine bejahte Gröſſe, oder mit Worten: $\frac{x}{c}$, die Zeit, welche der Schall braucht, aus der Tiefe herauf zu kommen, iſt kleiner als m, die ganze beobachtete Zeit.

Von den beyden Werthen, welche die quadratiſche Gleichung giebt, muſs man folglich den nehmen, der die nur angezeigte Bedingung erfüllt. Der andre, kömmt blos durch das Quadriren in die Gleichung, gehört gar nicht zur Frage.

10. Das iſt ein Beyſpiel von unzähligen, welche die Analyſis darbietet, wie in einer Gleichung, für die geſuchte Gröſse, Werthe kommen, die man gar nicht ſucht; auch wie man ſolche Werthe, von denen, die man zu wiſſen verlangt, abſondern muſs.

11. Das Quadriren giebt $\frac{x}{g} = m^2 - \frac{2.m.x}{c} + \left(\frac{x}{c}\right)^2$ oder $\left(\frac{x}{c}\right)^2 = \left(2.m + \frac{c}{g}\right).\frac{x}{c} - m^2$ Daraus $\frac{x}{c} = \left(m + \frac{c}{2g}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{m.c}{g} + \frac{c^2}{4g^2}\right)}$

12. Braucht man vor der Wurzelgröſse das Zeichen +; ſo iſt $\frac{x}{c}$ gröſser als m. Es ſoll aber kleiner ſeyn (9), alſo muſs man das Zeichen — brauchen.

13. So

13. So kömmt $\frac{x}{c} = m + \frac{c}{2.g} - \sqrt{\left(\frac{c^2}{4.g^2} + \frac{m.c}{g}\right)}$

14. Was unter dem Wurzelzeichen ſteht, iſt $= \frac{c^2}{4.g^2} \cdot \left(1 + \frac{4.m.g}{c}\right)$

15. Alſo $\frac{x}{c} = m - \frac{c}{2.g} \cdot \left(\sqrt{\left(1 + \frac{4.m.g}{c}\right)} - 1\right)$

16. Es ſey 2. $\sqrt{\frac{m.g}{c}} = \text{tang } \varphi$ So iſt was in $-\frac{c}{2.g}$ multiplicirt wird $= \text{ſec } \varphi - 1 = \frac{2.(\text{ſin } \frac{1}{2}\varphi)^2}{\text{cof. } \varphi} = \frac{2.(\text{ſin } \frac{1}{2}\varphi)^2 \text{ tang } \varphi}{\text{ſin } \varphi}$.

17. Alſo $\frac{x}{c} = m - \frac{c}{g} \cdot \frac{(\text{ſin } \frac{1}{2}\varphi)^2 \text{ tang } \varphi}{\text{ſin } \varphi}$

18. Wenn man (nach meiner Analyſ. endl. Gröſsen 625) die Quadratwurzel in (15) durch eine Reihe ausdruckt, und 1 abzieht, ſo kömmt

was in $\frac{-c}{2.g}$ multiplicirt iſt

$= \frac{2.m.g}{c} - \frac{2.m.m.gg}{cc} + \frac{4.m^3.g^3}{c^3} - \frac{10.m^4.g^4}{c^4} \ldots$

Und das giebt nach gehöriger Rechnung

$$\frac{x}{c} = \frac{m^2.g}{c}\left(1 - \frac{2.m.g}{c} + 5.\left(\frac{m.g}{c}\right)^2 \ldots\ldots\right.$$

19. Wenn man dieſe Rechnung anſtellen will, kann man zuerſt die beſtändigen Gröſsen berechnen, welche nur auf der Höhe des Falles in einer Secunde, und der Geſchwindigkeit des Schalles beruhen. Ich will die Zahlen (4; 5) beybehalten, denn was auch etwa, zumal die lezte, für Berichtigungen geſtatten möchte, iſt hier unbeträchtlich.

20. Alſo

	Log. c	=	3, 0161974
	Log. g	=	1, 1788331
	Log. (c:g)	=	1, 8373643
—	Log. 2	=	— 0, 3010300
	Log. (c:2.g)	=	1, 5363343
	Log. (g:c)	=	0, 1626357 — 2

Dieſe Logarithmen geben

$\frac{c}{g} = 68,764$, davon die Hälfte $= 34,382$; $\frac{g}{c} = 0,014542$.

21. Wenn der Stein zum Falle zehn Secunden brauchte, müſte der Brunnen ſchon eine ungeheure Tiefe haben, (4) und der Schall brauchte noch nicht 2 Secunden. Alſo iſt m immer viel kleiner als 12.

23. Ich will indeſſen die Angabe vom Brunnen auf dem Königſteine berechnen, (1) alſo $m = 36$ ſetzen.

24. Für (16) iſt aus (20)

$\frac{1}{2}$. Log. (g:c)	=	0, 0813178 — 1
10 + Log. 2	=	10, 3010300
Beſt. Logar.	=	9. 3823478
$\frac{1}{2}$ Logar. m	=	0, 7781513
Log. tab. tang φ	=	10, 1604991

giebt

giebt Φ	=	55° 21′ 14″, 8	
die Hälfte	=	27 40 37, 4	
Log. ſin $\frac{1}{2}\Phi$	=	9, 6669745	— 10
verdoppelt	=	19, 3339490	— 20
Log. tang $\frac{1}{2}\Phi$	=	10, 1604991	— 10
		29, 4944481	— 30
Log. ſin Φ	=	9, 9152316	— 10
		19, 5792165	— 20
Log. (c:g)	=	1, 8373643	
		1, 4168808	
gehört zu		26, 096	
abgezogen von m	=	36,	
läſst $\frac{x}{c}$	=	9, 904	
Log. 9, 904	=	0, 9958106	
Log. c	=	3, 0161974	
Log. x	=	4, 0120080	
giebt x	=	10280 pariſer Fuſs.	

24. Die 900 Ellen beym Fabri, ſind 1800 Fuſs, ohne Zweifel Dresdner, viel kleiner als Pariſer. Wenn alſo auch gleich Waſſer langſamer fällt, als ein Stein, auch vermuthlich eine beträchtliche Menge hinabfallen muſs, ehe der Schall ſtark genug wird, oben ſicher gehört zu werden, ſo deucht mich doch, die 36 Secunden ſind wohl nicht genau beobachtet, ſie gäben den Brunnen mehr als fünfmahl tiefer, als ihn die Meſſung giebt.

25. Aus den Logarithmen von g: c und m, findet man Log. (m. g: c) = 0, 7089382 — 1 die Gröſse ſelbſt = 0, 5116. Die Reihe (18) nähert ſich alſo für dieſes Exempel zu langſam, als daſs ihr Gebrauch vortheilhaft wäre.

26 Ueberhaupt wird dieſe Reihe nie ſehr brauchbar ſeyn, $\frac{c}{g}$ beträgt über ein Hunderttheil, man müſte alſo viel Glieder von ihr berechnen, einige Schärfe zu haben. Begnügte man ſich mit ihrem erſten Gliede, ſo käme $x = m^2 . g$, das wäre die Tiefe, durch welche ein Körper in der ganzen beobachteten Zeit fiel, alſo viel zu groſs, weil in dieſer Zeit auch die enthalten iſt, die der Schall braucht. In dem Exempel käme 19563 Pariſer Fuſs.

27. Wenn man x hat, laſſen ſich aus (7) die beyden Theile der Zeit berechnen, die, welche der Körper brauchte hinunter zu kommen, und die, welche der Schall brauchte, herauf zu kommen. In der Formel (17) ſteht die lezte linker Hand, und die erſte wird rechter Hand von m abgezogen.

Im Exempel (23) dauerte des Körpers Fall 26, 096 Secunden, und der Schall brauchte 9, 904.

28. Genaue Abmeſſung der Zeit iſt hiebey nöthig, weil geringer Aenderung der Zeit, ſtarke in dem Wege des fallenden Körpers, und des Schalles zugehört. Da man jetzo Uhren hat, welche die Zeit bis auf Tertien angeben, ſo wären ſolche wohl hier am brauchbarſten. Verſuche über die Geſchwindigkeit des Schalles mit dergleichen, finden ſich in den Göttingiſchen gelehrten Anzeigen 1778; 1145 Seite, wie ſie von mir und dem jetzigen Lehrer zu Erlangen, Herrn Hofrath Mayer, ſind angeſtellt worden, und in eben dieſen Anzeigen 1791: 1593 S., wie der Herr Major Müller angeſtellt hat. Durch ſolche Genauigkeit läſst ſich allerdings beym Schalle, und bey fallenden Körpern etwas ſchärferes angeben. Den Gebrauch dergleichen Uhren, Weiten durch den Schall zu meſſen, hat der Herr von Stamford empfohlen, in der Berliner Monatsſchrift 1783; I. B. 605. S. Die Zeit, welche man beobachten muſs, wird ſelten lauter ganze Secunden enthalten, m wird gewöhnlich ein uneigentlicher Bruch ſeyn. Daher möchten ſelbſt Secunden-

uhren

uhren nicht vollkommen dienen, wenn man nicht durch Schätzung die Secunden einzutheilen wüſte, bloſse Minutenuhren wären noch weniger brauchbar, und *Zählen* in Gedanken, lehrt gar nichts zuverläſsiges, weil man geſchwind oder langſam zählen kann. Freylich kann man ſich auch hier zu einer gewiſſen Richtigkeit gewöhnen. Wenn ich die Secunde, die eine Pendeluhr weiſt, bemerke, in dem Augenblicke zu zählen anfange, weggehe, fortzähle, und wenn ich wiederum zur Uhr komme, eben die Secunde zähle, welche die Uhr weiſt, ſo habe ich wohl richtig Secunden gezählt. Aber ſo iſt ſchwerlich bey dem Brunnen auf der Nürnberger Feſtung gezählt worden.

30. Aus dem Schalle eines Steins, welcher auf eines Brunnens Boden fällt, die Höhe zu erforſchen, iſt in Newtons Arithmetica univerſali die 50 geometriſche Aufgabe. Er findet ebenfalls aus der gegebnen Summe beyder Zeiten, die quadratiſche Gleichung. Daſs er die Vortheile nicht hat, vermittelſt deren ich die Wurzel bequem berechne, wird man leicht erachten, weil er bey ſeinen Auflöſungen überhaupt Trigonometrie nicht anwendet, blos Geometrie braucht.

31. In den Leipziger Actis Eruditorum Supplement. Tom. V. (1713) p. 317; befindet ſich eine Auflöſung unter der Aufſchrift: Problematis, a praeſtantiſſimo geometra Anglo, matheſeos practicae ſtudioſis propoſiti, Solutio duplex: Aut. F. D. C. Abb. Vall. Hier iſt nur die erſte Auflöſung: Sie beſteht in einer ſolchen Formel, wie bey mir (11). Der Verf. bringt Mariottes, Picards u. a. Erfahrungen, von der Geſchwindigkeit des Schalles bey, und glaubt, man müſſe drey Fälle unterſcheiden, bey denen es darauf ankömmt, ob die beobachtete Zeit eine ganze Zahl von halben Secunden iſt oder nicht, mit einer andern Zahl, eine Quadratzahl ausmacht oder nicht. Man ſieht hieraus leicht, daſs der Verf. Unterſchiede und Schwierigkeiten findet, wo keine ſind, alſo ſeine Auflöſung wohl nicht unter die bequemern gehört.

Seine

Seine zweyte Auflöſung findet ſich a a. O. p. 339. Der Widerſtand der Luft ſoll da mit in Betrachtung gezogen werden, der Verf. hat aber die hierzu nöthigen Kenntniſſe, aus höherer Mechanik und Rechnung des Unendlichen nicht beſeſſen, und ſeine weitläuftigen Rechnungen ſind ganz vergebens angeſtellt. Uebrigens geſteht er, die Aufgabe habe keinen groſsen praktiſchen Nutzen.

32. Durch Mittel, die Zeit genau einzutheilen, welche ſeitdem gemeiner geworden ſind, läſst ſich doch, glaube ich, etwas hierin leiſten. Allemahl ſchienen mir die analytiſchen Bemerkungen und Kunſtgriffe, zu denen ſie Anlaſs giebt, der Bekanntmachung werth, und auch das iſt ſchon lehrreich: auszumachen, wie weit ſich eine Frage beantworten läſst, die doch Jedem einfallen kann, der bey einem tiefen Brunnen etwas nachdenkt.

V.

Raum eines Sackes, der aus zween von gleicher Länge gemacht wird.

1.

Unter den Aufgaben, durch welche Rechenmeiſter, nachdem ſie ihre Schüler ohngefähr alles, was ſie ſelbſt wiſſen, gelehrt haben, noch bewundernde Aufmerkſamkeit zu erregen ſuchen, iſt auch eine, die folgendergeſtalt ausgedruckt wird:

2. Ein Bäcker hat 2 Säcke von gleicher Länge aber ungleicher Weite, der kleinſte hält 6 Himten der gröſste 24; Er läſst ſie auffchneiden und aus beyden einen machen. Frage, wie viel Himten dieſer hält.

3. So

3. So trägt dieſe Aufgabe Herr Bode vor: Die gemeine Arithmetik zur Erleichterung des Unterrichtes. Celle 1793.

4. Er giebt zur Antwort 54 Himten, und ſezt die Rechnung hin, wie ſein Lehrer ſie ihm vordem mitgetheilt hat, bekennt aber, er ſehe den Grund davon nicht ein, und glaubt, ſein Lehrer habe ſolche nur aus einem ſchriftlichen Rechenbuche dictirt, ohne was dabey zu denken, wie beym mechaniſchen Rechnen oft der Fall iſt.

5. Herrn B. Erinnerung iſt völlig gegründet. *Sack*, iſt keine körperliche Figur, die in der Geometrie erklärt würde; Eben der Sack ändert ſeine Geſtalt, nachdem er weniger oder mehr angefüllt iſt, alſo kann man keine Regel haben, einen Sack auszurechnen, oder umgekehrt die Leinwand, die den Sack einſchlieſst, aus ſeinem körperlichen Raume zu berechnen, und die Frage iſt von jemand, der entweder nichts bey ihr gedacht hat, oder, welches beynah eben ſoviel iſt, nicht anzugeben gewuſst, was er bey ihr dachte. In der Wolfiſchen Sprache ſagte man: Ein ſolcher Fragender habe undeurliche Begriffe, wie es in der jetzigen philoſophiſchen Sprache heiſst, weiſs ich nicht.

6. Ich nehme an... das Verfahren derer, die ſolche Fragen vorlegen, geſtattet es... man könne einen Sack als einen hohlen, ſenkrechten Cylinder anſehen, der runde Seitenwand und Boden habe, oben offen ſey. Die Fläche dieſes Cylinders beſteht alſo aus ſeiner krummen Fläche, und *einer* ſeiner Grundflächen.

7. Nennt man dieſes Cylinders Seite oder Höhe $= h$; Durchmeſſer $= a$; Verhältniſs des Durchmeſſers zum Umfange $= 1 : \pi$; ſo iſt Summe ſeiner krummen Fläche, und einer Grundfläche, des Bodens $= (h.\, a + \frac{1}{4} a^2).\ \pi.$

8. Hat ein zweyter Cylinder eben die Höhe, und den Durchmeſſer $= b$; ſo iſt für ihn die genannte Summe $= (h.\ b + \frac{1}{4}\ b^2).\ \pi$.

9. Hat ein Dritter eben die Höhe, und den Durchmeſſer $= v$, ſo iſt für ihn die Summe $= (h.\ v + \frac{1}{4}\ v^2).\ \pi$.

10. Iſt alſo, was von jedem der erſten beyden Cylinder krumme Fläche und Boden ausmacht, Leinwand, und will man aus dieſer Leinwand krumme Fläche und Boden des dritten machen, ſo giebt ſich die Gleichung

$$h.\ a. + \frac{1}{4}\ a^2 + h.\ b + \frac{1}{4}\ b^2 = h.\ v + \frac{1}{4}\ v^2$$

11. Daraus wird $v^2 = -4.\ h.\ v + 4.\ h.\ (a. + b) + a^2 + b^2$

12. Das giebt $v = -2\ h \pm \sqrt{(4\ h^2 + 4\ h.\ (a + b) + a^2 + b^2)}$

13. Man verſteht unter dem geſuchten Durchmeſſer eine bejahete Gröſse, alſo braucht man vor der Quadratwurzel das Zeichen $+$

14. Die Quadratwurzel in (12) iſt $=$

$$2.\ h.\ \sqrt{\left(1 + \frac{4.\ h\ (a + b) + a^2 + b^2)}{4.\ h^2}\right)}$$

15. Man ſetze $\frac{\sqrt{(4.\ h.\ (a + b) + a^2 + b^2)}}{2.\ h} = \text{tang}\ \Phi$; So iſt die Quadratwurzel $= 2.\ h.\ \text{Sec.}\ \Phi$.

16. Alſo (12) $v = 2.\ h.\ (\text{Sec.}\ \Phi - 1)$

17. Nun iſt was in 2. h (12) multiplicirt wird $= \frac{1 - \text{cos.}\ \Phi}{\text{cos.}\ \Phi}$ $= \frac{2.\ (\text{ſin}\ \frac{1}{2}\ \Phi)^2}{\text{ſin}\ \Phi}$, tang φ (Trig. 19 S. 7. Zuſ. und 4. Erkl. 3 Zuſ.)

Drückt

Drückt man nun den Sinus im Nenner nach Trig. 19 S. 5. Zuſ. aus, und multiplicirt mit 2. h, ſo kömmt:

18. $v = 2.\ h.\ \text{tang}\ \frac{1}{2}\varphi.\ \text{tang}\ \varphi$ *)

19. Hat ein Cylinder die Länge h, und den Durchmeſſer $a + b$ ſo ſind, ſeine krumme Fläche $= h.(a+b).\pi$; ſeine Grundfläche $= (a+b)^2\ \frac{1}{4}\pi$. Ihre Summe übertrift die Summe der beyden erſten Cylinderflächen (7; 8) um $2.\ a.\ b.\ \frac{1}{4}.\pi$. Und um eben ſoviel die dritte Cylinderfläche (9), welche der Summe jener beyden gleich iſt (10).

20. Folglich iſt v kleiner als $a + b$.

21. Man breite die beyden krummen Flächen der erſten beyden Cylinder, in eine Ebene aus, lege ſie mit der gemeinſchaftlichen Länge an einander, und krümme nun ihre ſolchergeſtalt gefundene Summe über einen Kreis, der dieſer Summe als krummer cylindriſcher Fläche zur Grundfläche diene. Dieſes Kreiſes Durchmeſſer iſt $= a + b$; denn ſein Umfang iſt die Summe der Grundlinien der beyden krummen Flächen $= (a + b).\pi$

22. So entſteht ein Cylinder, deſſen krumme Fläche die Summe der beyden krummen Flächen der Cylinder (7; 8;) iſt; aber ſeine Grundfläche iſt um $2.\ a.\ b.\ \frac{1}{4}.\pi$ gröſser, als die Summe der Grundflächen jener beyden. Die Leinewand jener beyden (10) reicht alſo nicht zu, *dieſe* einzuſchlieſsen.

*) In dem Aufſatze: Wie man die Tiefe eines Brunnens aus dem Schalle eines hinabgefallenen Steines findet, habe ich die quadratiſche Gleichung ebenfalls durch Ueberſchuſs der Secante über den Sinus totus aufgelöſst, dieſen Ueberſchuſs aber dorten nicht völlig ſo bequem als hier ausgedruckt. Wer die geringe Abkürzung der Mühe werth achtet, kann jenen Ausdruck leicht auf gegenwärtigen bringen.

23. Diefs zur Erläuterung von (20). Soll der dritte Cylinder (9) ſo lang werden, als jeder der beyden erſten, ſo kömmt zu ſeiner Länge, mit in ſeine krumme Fläche, etwas von den Boden der beyden erſten.

24. Nun iſt (10) $v^2 + 4.\ h.\ v = 4.\ h.\ (a + b) + a^2 + b^2$ aber (20) $4.\ h.\ v$; kleiner als $4\ h.\ (a + b)$ folglich v^2 gröſser als $a^2 + b^2$ und das gröſsere wie das kleinere mit $h.\ \frac{1}{4}\pi$ multiplicirt, kommt des dritten Cylinders körperlicher Raum gröſser, als die Summe der körperlichen Räume der beyden erſten.

Exempel.

25. Zur Einheit einen Zoll genommen, ſey $a = 3$; $b = 4$; $h = 12$; ſo iſt,

Log. $\frac{1}{4}\pi$	=	0, 8950899 — 1
Log. 9	=	0, 9542425
		0, 8493324
Log. 12	=	1, 0791812
		1, 9285136
Auch L $\frac{1}{4}\pi$	=	0, 8950899 — 1
Log. 16	=	1, 2041200
		1, 0992099
Log. 12	=	1, 0791812
		2, 1783911
Ferner L. h π	=	1, 5763311
Log. 3	=	0, 4771212
		2, 0534523
Log. h. π	=	1 5763311
Log. 4	=	0, 6020600
		2, 1783911

Dieſe

Dieſe Logarithmen geben:

Cylinder	I.	II.	
Krumme Fläche	113, 10	150, 80	Qu. Z.
Grundfläche	7, 0686	12, 566	. . . .
Beyder Summe	120, 1686	163, 366	. . . .
Innhalt	84, 823	150, 79	Cubz.

Alſo die erſte Summe und die andre zuſammen, . . . die Leinwand zu beyden Cylindern . . . = 283, 5346 Qu. Z. Summe des körperlichen Inhalts beyder Cylinder 235, 613 Cubz.

26. Die niedrigſten Ziffern ſind begreiflich ungewiſs: Ich habe dieſe Rechnung nur dargeſtellt, um zu zeigen, wie bequem, und doch zulänglich genau die Logarithmen geben, was ſich durch die gewöhnliche Kreisrechnung mühſamer und nicht ſo ſcharf fände.

27. Nun für v (18) 4. h. $(a + b) + a^2 + b^2 = 48.7 + 25 = 361$, alſo tang $\varphi = \frac{\sqrt{361}}{24}$

Log. 361	=	2, 5575072
10 + halb	=	11, 2787536
Log. 24	=	1, 3802112
Log. tang φ	=	9, 8985424
φ	=	38° 22′ 3″
Hälfte	=	19 11 1,5
Log. tang φ	=	0, 8985424 — 1
Log. tang $\frac{1}{2}\varphi$	=	0, 5414749 — 1
		0, 4400173 — 1
Log. 2. h	=	1, 3802112
Log. v	=	0, 8202285

Log. v	=	0, 8202285
Log. π	=	0, 4971499
Log. $v.\ \pi$	=	1, 3173784
Log. h	=	1, 0791812
Log. h. $v.\ \pi$	=	2, 3965596
2. Log. v	=	1, 6404570
Log $\frac{1}{4}\ \pi$	=	0, 8950899 — 1
Log. $v.^2\ \frac{1}{4}\ \pi$	=	1, 5355469
Log. h	=	1, 0791812
Log. h. $v^2.\ \frac{1}{4}\ \pi$	=	2, 6147281

Des Cylinders

Durchmeſſer v	=	6, 6104 Zoll
krumme Fläche	=	249, 20 Qu. Z.
Boden	=	34, 320 . . .
krumme Fläche + Boden	=	283, 52 . . .
körperlicher Raum	=	411, 84 Cubikzoll.

Krumme Fläche und Boden zuſammen, ſtimmen mit der Leinewand (25) bis auf Hunderttheile des Quadratzolls überein. So giebt dieſer Gebrauch der Tangenten das Geſuchte ſo genau, als man verlangen kann, und erſpart die mühſamere Auflöſung der quadratiſchen Gleichnng.

28. Will man in (2) die Säcke als Cylinder anſehen, deren gemeinſchaftliche Höhe = h; des kleinen Durchmeſſer = a; ſo iſt des gröſſern ſeiner = 2. a; weil die Räume bey Cylindern von gleichen Höhen, ſich wie die Quadrate ihrer Durchmeſſer verhalten; und der gröſsere Cylinder viermahl ſoviel, als der kleinere halten ſoll.

Alſo $b = 4.2a$ geſezt, bekäme die Gleichung (10) hier, zur linken Hand, $h.3.a + \frac{5}{4}a^2$; und es würde $\text{tang}\,\phi = \frac{\sqrt{(4.h.3.a + 5a^2)}}{2.h}$

29. Man wüſte aber weder h noch a. Denn, ein Cylinder der 6 Himten hält, hat keine beſtimmte Geſtalt, er kann kurz und weit, oder lang und eng ſeyn. Alſo müſte *gegeben* ſeyn erſtlich: wie viel Cubikzoll ein Himten beträgt, zweytens, von dem Cylinder, der ſechs Himten halten ſoll, entweder Länge oder Durchmeſſer.

Da von alle dem in der Frage nichts geſagt iſt, ſo iſt ſie nicht die Frage eines Menſchen, der bedenkt was er fragt.

30. Ein Rechenmeiſter in der Hauptſtadt eines groſsen Deutſchen Landes, hat Herr Boden (3) ſehr getadelt, daſs er dieſe Frage nicht zu beantworten wiſſe, die doch noch keine der ſchwerſten ſey: Zugleich hat er ihm eine Antwort mitgetheilt, darinn ſieht er die Säcke auch als Cylinder an, legt die Längen des erſten und zweyten an einander, und berechnet den Inhalt des dritten, der ſo entſteht. Er bedenkt aber nicht, daſs dieſer dritte eine gröſsere Grundfläche bekömmt, als die Summe der erſten beyden iſt, und folglich (22) wenn man für ihn nur die Leinwand der erſten beyden anwendet, im Boden ein groſses Loch hat.

31. Man kann ſich vorſtellen, wie ein Mann die Rechenkunſt lehret, der da, wo er ſeine vorzügliche Weisheit zeigen will, ſo gedankenlos rechnet. Daſs es überhaupt mit dem Unterrichte im Rechnen auch auf angeſehenen Schulen elend beſtellt iſt, wird allgemein geklagt, und bleibt, ſo lange man nicht auch für den erſten Anfang des Rechnens das eigentliche mathematiſche Verfahren einführt.

Da

Da müſsten aber die Rechenmeiſter von Mathematikern gebildet und geprüfet werden. Wie nothwendig dieſes ſey, davon haben freylich die gewöhnlichen Aufſeher über die Schulen keinen Begriff. An meinem Wohnorte wird in der Schule das Rechnen von Mathematikern gelehrt.

32. Die Frage, welche den Gegenſtand bisheriger Unterſuchung ausmacht, gehört zu den iſoperimetriſchen: In gleiche Gränzen mehr oder weniger Inhalt einzuſchlieſsen. Man findet durch die Rechnung des Unendlichen, auch einen Cylinder von gegebenen Inhalte, wo Boden und krumme Fläche zuſammen am kleinſten ſind, wie, wenn man ein cylindriſches Maas zu Waſſer, oder Getreide, aus dem wenigſten Bleche oder Holze machen wollte. In Schwenters mathematiſchen Erquickſtunden III. Th. 29 und f. Aufg. ſtehen auch Fragen von Säcken, die mit gegenwärtiger Verwandſchaft haben, und, Cylinder ſtatt Säcke betrachtet, leicht zu beantworten ſind.